

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.В.ДВ.04.02 Алгебраические системы с  
дополнительной структурой

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность (профиль)

01.03.01.31 Математический анализ, алгебра и логика

Форма обучения

очная

Год набора

2022

Красноярск 2022

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

Доктор физико-математических наук, Профессор, Нужин Яков

Нифантьевич

должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью изучения дисциплины является познакомить студентов с основами теорий линейных групп, групп Ли типа и способами их описания и построения. Изучить связи между алгебрами Ли и группами Шевалле, классификацию простых алгебр Ли.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Задачей изучения дисциплины является: обеспечение приобретения знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом и содействие формированию мировоззрения и системного мышления.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-1: Способен применять базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий при проведении исследования в конкретной области профессиональной деятельности</b>	
ПК-1.1: Применяет теоретические и практические знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий для проведения в конкретной области профессиональной деятельности	Какие исследовательские вопросы стоят в рамках данной дисциплины Самостоятельно освоить темы дисциплины, углубляющие и детализирующие содержание лекционных и семинарских занятий Алгоритмическими методами решения задач и проблем, входящими в рамки данной дисциплины
ПК-1.2: Решает научные задачи в соответствии с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	Основные теории становления и методы изучаемой дисциплины Анализировать факты и устанавливать закономерности в вопросах изучаемой дисциплины Навыками самостоятельного получения и анализа информации в изучаемой дисциплине
<b>ПК-2: Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности</b>	
ПК-2.2: Представляет научные результаты на учебных семинарах	Основные положения, историю становления и методы изучаемой дисциплины Ориентироваться в круге основных проблем изучаемой дисциплины, применять знания и методы к решению задач в научно-практической деятельности Основными методами и программными продуктами для достижения поставленной цели

### 1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Сем естр	
		1	2
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>3 (108)</b>		
занятия лекционного типа	1,33 (48)		
практические занятия	1,67 (60)		
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>1 (36)</b>		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
<b>Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>		

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Введение. Важнейшие понятия.</b>									
	1. Лекция 1. Алгебраические системы и алгебры над полем. Цель лекции – знакомство с основными алгебраическими системами: группоид, полугруппа, группа, кольцо, поле, алгебра над полем, алгебра Ли.	2							
	2. Лекция 2. Свойства алгебраические систем. Доказательство элементарных свойств перечисленных в лекции 1 алгебраических систем.	2							
	3. Тема 1. Алгебраические системы и алгебры над полем.			4					
	4. Введение. Важнейшие понятия.							2	
<b>2. Линейные группы.</b>									

1. Лекция 3. Общая и специальная линейные группы. Рассматриваются общая и специальная линейные группы и их проективные аналоги над полями и над кольцами. Выделяются некоторые их подгруппы.	2							
2. Лекция 4. Линейные группы размерности 2. Рассматриваются линейные группы размерности два и их проективные аналоги над полями и над кольцами. Указываются максимальные подгруппы этих групп над конечными полями.	2							
3. Лекция 5. Симплектические группы. Водится симплектическое пространство и симплектическая группа.	2							
4. Лекция 6. Ортогональные группы. Рассматриваются квадратичные формы и ортогональные группы.	2							
5. Лекция 7. Ортогональные группы размерности 2 и 3. Рассматриваются различные представления ортогональных групп размерности 2 и 3 и устанавливаются их изоморфность линейным группам размерности 2.	2							
6. Лекция 8. Унитарные группы. Водится эрмитово пространство и унитарная группа.	2							
7. Лекция 9. Унитарные группы размерности 2 и 3. Рассматриваются различные представления унитарных групп размерности 2 и 3.	2							
8. Линейные группы.							8	
9. Тема 2. Системы корней евклидова пространства.			14					
<b>3. Системы корней и связанные с ними группы.</b>								

1. Лекция 10. Системы корней евклидова пространства. Цель лекции – знакомство с аксиомами систем корней евклидова пространства, понятиями базы и положительной подсистемы корней.	2								
2. Лекция 11. Классификация систем корней ранга 1 и 2 Проводится исследование и описание систем корней малых рангов.	2								
3. Лекция 12. Группы Вейля. Цель лекции – познакомиться со следующими понятиями: группа Кокстера; группа Вейля, ассоциированная с системой корней.	2								
4. Лекция 13. Цель лекции – определить порождающие элементы группы Вейля и найти определяющие соотношения.	2								
5. Лекция 14. Алгебры Ли и их подалгебры. Цель лекции – познакомиться со следующими понятиями: корневые одномерные подпространства и подалгебра Картана; разложение Картана полупростой комплексной алгебры Ли.	2								
6. Лекция 15. Теоремы существования и изоморфизма. Матричное представление простой комплексной алгебры Ли типа $A_n$ , её корневые подпространства и подалгебра Картана.	2								

7. Лекция 16. Теоремы существования и изоморфизма для простых алгебр Ли. Приводится без доказательства следующий результат. Для всякой неразложимой системы корней существует конечномерная простая комплексная алгебра Ли с ассоциированной системой корней, эквивалентной .	2							
8. Лекция 17. Цель лекции –доказательство теоремы: две конечномерные простые комплексные алгебры Ли изоморфны тогда и только тогда, когда их ассоциированные системы корней эквивалентны.	2							
9. Лекция 18. Приведены все неприводимые системы корней, их матрицы Картана и схемы Дынкина.	2							
10. Тема 3. Классификация систем корней ранга 1 и 2. Тема 4. Порождающие и определяющие соотношения группы Вейля. Тема 8. Алгебры и группы Шевалле. Тема 9. Представления унитарных подгрупп.			18					
11. Системы корней и связанные с ними группы.							8	
<b>4. Группы Шевалле с <math>BN</math>-парой.</b>								
1. Лекция 19. Алгебры и группы Шевалле. Цель лекции – познакомиться со следующими понятиями: базис Шевалле и структурные константы простой комплексной алгебры Ли.	2							
2. Лекция 20. Группа Шевалле как группа автоморфизмов простой алгебры Ли.	2							

3. Лекция 21. Автоморфизмы групп Шевалле. Даются определения полевых, диагональных и графовых автоморфизмов групп Шевалле. Полевые автоморфизмы индуцируется автоморфизмом основного поля. Диагональные автоморфизмы определяются диагональными элементами расширенных групп Шевалле. Графовые автоморфизмы определяются симметрией диаграммы Дынкина и определенным полевым автоморфизмом.	2							
4. Лекция 22. Скрученные группы Шевалле. С использованием симметрий диаграмм Дынкина определяются скрученные системы корней как системы классов эквивалентности этих симметрий.	2							
5. Лекция 23. Определяются группы Вейля скрученных систем корней и соответствующие им скрученные схемы Дынкина. Определяются скрученные группы Шевалле как централизаторы графовых автоморфизмов.	2							
6. Лекция 24. Группы с $BN$ -парой. Цель лекции – дать определение $(B,N)$ -пары и доказать её существование в группах лиева типа.	1							
7. Лекция 25. Изоморфизмы классических линейных групп и групп лиева типа. Устанавливаются изоморфизмы классических групп над полями и некоторых групп лиева типа.	1							

8. Тема 10. Группы с $BN$ -парой. Тема 11. Полевые, диагональные и графовые автоморфизмы. Тема 12. Описание автоморфизмов конечных групп Шевалле. Тема 13. Скрученные системы корней и их группы Вейля. Тема 14. Скрученные группы Шевалле. Тема 15. Унипотентные и мономиальные подгруппы скрученных групп. Тема 16. Группы лиева типа ранга 1. Тема 17. Периодические линейные группы степени 2. Тема 18. Матричное представление и подгрупповое строение групп $R_i$ .			24					
9. Группы Шевалле с $BN$ -парой.							18	
Всего	48		60				36	

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Левчук В. М. Алгебры и группы Шевалле и ассоциированные системы корней: учеб. пособие(Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ]).
2. Левчук В. М., Нужин Я. Н. Группы  $C(V,N)$ -парой и подгрупповые описания групп лиева типа: учебное пособие(Красноярск: Информационно-полиграфический комплекс [ИПК] СФУ).
3. Стейнберг Р., Кириллов А. А. Лекции о группах Шевалле: перевод с английского(Москва: Мир).
4. Хамфри Д. Е., Платонов В. П. Линейные алгебраические группы: пер. с англ.(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
5. Газданова М. А., Нужин Я. Н. Строго вещественные унипотентные подгруппы групп лиева типа: диссертация ... кандидата физико-математических наук(Красноярск: Б. и.).
6. Горенштейн Д. Конечные простые группы: введение в их классификацию: перевод с английского(Москва: Мир).
7. Серр Ж., Вольтский А. Б., Онищик А. Л. Алгебры Ли и группы Ли: перевод с английского и французского(Москва: Мир).
8. Борель А., Кэртис Ч. У., Спрингер Т. А., Штейнберг Р., Ивахори Н., Картер П., Кириллов А. А. Семинар по алгебраическим группам: сборник статей(Москва: Мир).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Специальное программное обеспечение в учебном процессе по данной дисциплине не используется.

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Необходима аудитория оборудованная доской.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.